ГУАП

КАФЕДРА № 34

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

к.ф.-м.н., доцент		И.И. Коваленко
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

СТОЛКНОВЕНИЕ ШАРОВ

по курсу: ФИЗИКА

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛА

СТУДЕНТКА ГР. №			
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2018

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.

Проверка законов сохранения импульса и энергии;
определение деформации шаров и силы удара;

2. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ.

Параметры установки.

Таблица параметров приборов.

Таблица 2.1.

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Погрешность
Угловая шкала	15^o	$0{,}25^o$	$0{,}125^o$
Микросекундомер	999 мкс	-	5 мкс

l=(49± 0,5 ¿см, m_1=m_2=(113±1) г, α_1= $8{,}2\,5^o$, g = 9,8 $\frac{м}{c^2}$

3. РАБОЧИЕ ФОРМУЛЫ.

Скорость правого шара до столкновения: $v_1 = 2\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)$ (1)

Скорость шара после столкновения: $v'_{1(2)} = 2\sqrt{gl}\sin(\alpha'_{1(2)}/2)$, (2)

где g - ускорение свободного падения ($g \approx 9{,}8\frac{м}{c^2}$¿, l - длина нити, α_1- максимальный угол отклонения правого шара до столкновения, α'_1- максимальный угол отклонения правого шара после столкновения, α'_2- максимальный угол отклонения левого шара после столкновения

Импульс до столкновения шаров: $P = m_1 * v_1$ (3)

Импульс после столкновения шаров: $P' = m_2 v'_2 - m_1 v'_1$ (4)

Энергия системы до столкновения шаров: $E = \frac{m_1 v_1 2}{2}$

(5)

Энергия системы после столкновения шаров: $E' = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$,

(6)

где m_1, m_2- массы правого и левого шаров соответственно, v_1- скорость правого шара до столкновения, v'_1, v'_2- скорость правого и левого шаров после столкновения соответственно

Деформация шаров: $x = \frac{v\tau}{\pi} = \frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)$, (7)

Приведенная масса: $\mu = \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m^2}{2*m} = \frac{m}{2}$,

(8)

Сила удара: $F = kx = \frac{2*\pi\mu}{\tau}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)$, (9)

где π- постоянная величина ($\pi \approx 3{,}14$)

Относительная потеря импульса: $$\delta_P = 1 - \frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\alpha_1}$$

(10)

Относительная потеря энергии: $$\delta_E = 1 - \frac{\alpha_2'^2 + \alpha_1'^2}{\alpha_1^2}$$ (11)

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ВЫЧИСЛЕНИЙ

Таблица 4.1.

t, мкс	128	113	107	109	105	119	111	114	105	104
α_1'	$-0{,}50^o$	$-0{,}60^o$	$-0{,}45^o$	$-0{,}50^o$	$-0{,}45^o$	$-0{,}75^o$	$-0{,}60^o$	$-0{,}60^o$	$-0{,}50^o$	$-0{,}45^o$
α_2'	$7{,}50^o$	$7{,}30^o$	$7{,}40^o$	$7{,}20^o$	$7{,}60^o$	$7{,}40^o$	$7{,}50^o$	$7{,}55^o$	$7{,}65^o$	$7{,}30^o$
$v_1', \frac{м}{с}$	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02
$v_2', \frac{м}{с}$	0,29	0,28	0,28	0,28	0,29	0,28	0,29	0,29	0,29	0,28
$P', \frac{кг*м}{с}$	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
δ_P	0,03	0,04	0,05	0,07	0,02	0,01	0,02	0,01	0,01	0,06
E', Дж	0,005	0,004	0,004	0,004	0,005	0,004	0,005	0,005	0,005	0,004
δ_E	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2
x, мкм	13	12	11	11	11	12	11	12	11	11
F, Н	464	525	555	545	566	499	535	521	566	571

$v_1 = 0{,}32$ ¿), $P = 0{,}04\left(\frac{кг*м}{с}\right)$, $E = 0{,}006(Дж)$, $\mu = 0{,}06(кг)$

Напишем средние значения:

Таблица 4.2

$t_{ср}$, мкс	$\alpha_{ср1}'$	$\alpha_{ср2}'$	$v_1', \frac{м}{с}$	$v_2', \frac{м}{с}$	$P', \frac{кг*м}{с}$	δ_P	E', Дж	δ_E	x, мкм	F_{max}, Н
111,5	0,54	7,4	0,02	0,29	0,03	0,03	0,005	0,2	12	535

5. ПРИМЕРЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

По формуле (1)

$v_1 = 2\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2) = 2*\sqrt{9,8*0,49}*\sin(8,25/2) = 0,315258752 \approx 0,32$ ¿)

По формуле (2)

$v_1' = 2\sqrt{gl}\sin(\alpha_1'/2) = 2\sqrt{9,8*0,49}\sin(-0,50/2) \approx 0,02$ ¿)

$v_2' = 2\sqrt{gl}\sin(\alpha_2'/2) = 2\sqrt{9,8*0,49}\sin(7,50/2) \approx 0,29$¿)

По формуле (3)

$P = m_1 * v_1 = 0,113 * 0,32 \approx 0,04 \left(\frac{кг*м}{с}\right)$

По формуле (4)

$P' = m_2 v_2' - m_1 v_1' = m(v_2' - v_1') =$ ¿$0,113*(0,29-0,02) \approx 0,03\left(\frac{кг*м}{с}\right)$

По формуле (5)

$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{0,113*0,32}{2} \approx 0,006 (Дж)$

По формуле (6)

$E' = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{0,113}{2} *$¿) = 0,0565*(0,0004+0,0841) = 0,0565*0,0845≈0,005 (Дж)

По формуле (7)

$x = \frac{v\tau}{\pi} = \frac{0,32*128*10^{-6}}{3,14} = \frac{40,96*10^{-6}}{3,14} \approx 13*10^{-6}(м) =$ 13 (мкм)

По формуле (8)

$\mu = \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m^2}{2*m} = \frac{m}{2} = \frac{0,113}{2} \approx 0,06 (кг)$

По формуле (9)

$F = kx = \frac{2*\pi\mu}{\tau}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2) = \frac{2*3,14*0,06}{128*10^{-6}} * \sqrt{9,8*0,49}\sin(8,25^o/2) \approx 464 (H)$

По формуле (10)

$\delta_P = 1 - \frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\alpha_1} = 1 - \frac{7,50+0,50}{8,25} \approx 1 - 0,97 = 0,03$

По формуле (11)

$\delta_E = 1 - \frac{\alpha_2'^2 + \alpha_1'^2}{\alpha_1^2} = 1 - \frac{7,5^2 + (-0,50)^2}{8,25^2} = 1 - 0,8301193 \approx 0,2$

6. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

6.1 Систематический погрешности для прямых измерений:

6.1.1. Погрешность измерения длины - $\theta_l = 5\,мм$,

6.1.2. Погрешность измерения времени- $\theta_t = 5\,мкс$,

6.1.3. Погрешность измерения угла $\alpha_1 = 0,25^o$,

6.1.4. Погрешность измерения углов $\alpha_1' и\, \alpha_2'$ ¿ $0,5^o\,мм$.

6.1.5. Вывод формулы для систематической погрешности косвенного измерения коэффициента потери импульса:

$\delta_P = 1 - \frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\alpha_1}$

$\theta_{\delta P} = |\delta'_{\alpha 1}| * \theta_{\alpha 1} + |\delta'_{\alpha 1'}| * \theta_{\alpha 1'} + |\delta'_{\alpha 2'}| * \theta_{\alpha 2'}$

Найдем производную δ_P по следующим величинам:

По погрешности измерения угла α_1:

$$\delta_P{}'=(1-\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1})'*\theta_{\alpha 1}=\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}$$

По погрешности измерения угла $\alpha_1{}'$:

$$\delta_P{}'=(1-\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1})'*\theta_{\alpha 1'}=0-\frac{1}{\alpha_1}*(\alpha_2{}'-\alpha_1{}')'*\theta_{\alpha 1'}=\frac{-1}{\alpha_1}*(0-1)*\theta_{\alpha 1'}=\frac{1}{\alpha_1}*\theta_{\alpha 1'}$$

По погрешности измерения угла $\alpha_2{}'$:

$$\delta_P{}'=(1-\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1})'*\theta_{\alpha 2'}=0-\frac{1}{\alpha_1}*(\alpha_2{}'-\alpha_1{}')'*\theta_{\alpha 2'}=\frac{-1}{\alpha_1}*(1-0)*\theta_{\alpha 2'}=\frac{-1}{\alpha_1}*\theta_{\alpha 2'}$$

Получаем формулу:

$$\theta_{\delta P}=\delta_{\alpha 1}^{'}*\theta_{\alpha 1}+\delta_{\alpha 1'}^{'}*\theta_{\alpha 1'}+\delta_{\alpha 2'}^{'}*\theta_{\alpha 2'}=\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}+\frac{1}{\alpha_1}*\theta_{\alpha 1'}+\frac{1}{\alpha_1}*\theta_{\alpha 2'}=¿$$

$$¿\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}+\frac{1}{\alpha_1}*(\theta_{\alpha 1'}+\theta_{\alpha 2'})$$, то есть $\delta_P=\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}+\frac{1}{\alpha_1}*(\theta_{\alpha 1'}+\theta_{\alpha 2'})$

Вычисления по выведенной формуле:

$$\delta_{P1}=\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}+\frac{1}{\alpha_1}*(\theta_{\alpha 1'}+\theta_{\alpha 2'})=\frac{7,5-0,50}{8,25^2}*0,25+\frac{1}{8,25}*(0,5+0,5)\approx 0,2$$

$$\delta_{P8}=\frac{\alpha_2{}'-\alpha_1{}'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1}+\frac{1}{\alpha_1}*(\theta_{\alpha 1'}+\theta_{\alpha 2'})=\frac{7,55-0,6}{8,25^2}*0,25+\frac{1}{8,25}*(0,5+0,5)\approx 0,2$$

В качестве систематической погрешности итогового результата берем значение при наибольшей разности углов после взаимодействия $\theta_{\delta_P}=0,2$

6.1.6. Вывод формулы для систематической погрешности косвенного измерения коэффициента потери энергии:

$$\delta_E=1-\frac{\alpha_2^{'2}-\alpha_1^{'2}}{\alpha_1^2}$$

$$\theta_{\delta E}=|\delta_{\alpha 1}^{'}|*\theta_{\alpha 1}+|\delta_{\alpha 1'}^{'}|*\theta_{\alpha 1'}+|\delta_{\alpha 2'}^{'}|*\theta_{\alpha 2'}$$

Найдем производную δ_E по следующим величинам:

По погрешности измерения угла α_1:

$$\delta_E{}'=(1-\frac{\alpha_2^{'2}-\alpha_1^{'2}}{\alpha_1^2})'*\theta_{\alpha 1}=\frac{2*(\alpha_2^{'2}-\alpha_1^{'2})*1}{\alpha_1^3}*\theta_{\alpha 1}$$

По погрешности измерения угла $\alpha_2{}'$:

$$\delta_E{}'=(1-\frac{\alpha_2^{'2}-\alpha_1^{'2}}{\alpha_1^2})'*\theta_{\alpha 2'}=\frac{-1}{\alpha_1^2}*(2*\alpha_2^{'}-0)*\theta_{\alpha 2'}=\frac{-2*\alpha_2^{'}}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 2'}$$

По погрешности измерения угла $\alpha_1{}'$:

$$\delta_E{}'=(1-\frac{\alpha_2^{'2}-\alpha_1^{'2}}{\alpha_1^2})'*\theta_{\alpha 1'}=\frac{2*\alpha_1^{'}}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1'}$$

Получаем формулу:

$$\theta_{\delta E}=\delta'_{\alpha 1}*\theta_{\alpha 1}+\delta'_{\alpha 1'}*\theta_{\alpha 1'□}+\delta'_{\alpha 2'}*\theta_{\alpha 2'}=\frac{2*(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)*1}{\alpha_1^3}*\theta_{\alpha 1}+\frac{2*\alpha_2'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1'}+\frac{2*\alpha_1'}{\alpha_1^2}*\theta_{\alpha 1'}=¿$$

$$¿\frac{2}{\alpha_1^2}*(\frac{(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)*1}{\alpha_1^{□}}*\theta_{\alpha 1}+\alpha_2'*\theta_{\alpha 1'}+\alpha_1'*\theta_{\alpha 1'})=\frac{2*(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)\theta_{\alpha 1}}{\alpha_1^3}+\frac{2*\theta_\alpha}{\alpha_1^2}*(\alpha_2'-\alpha_1'),$$

то есть $\theta_{\delta E}=\frac{2*(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)\theta_{\alpha 1}}{\alpha_1^3}+\frac{2*\theta_\alpha}{\alpha_1^2}*(\alpha_2'-\alpha_1')$

Вычисления по выведенной формуле:

$$\theta_{\delta E1}=\frac{2*(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)\theta_{\alpha 1}}{\alpha_1^3}+\frac{2*\theta_\alpha}{\alpha_1^2}*(\alpha_2'-\alpha_1')=¿$$

$$¿\frac{2*(7,50^2-0,50^2)0,25}{8,25^3_{□}}+\frac{2*0,5}{8,25^2_{□}}*(7,50-0,50)\approx 0,2$$

$$\theta_{\delta E8}=\frac{2*(\alpha_2'^2-\alpha_1'^2)\theta_{\alpha 1}}{\alpha_1^3}+\frac{2*\theta_\alpha}{\alpha_1^2}*(\alpha_2'-\alpha_1')\approx 0,2$$

В качестве систематической погрешности итогового результата берем значение при наибольшей разности углов после взаимодействия $\theta_{\delta E}=0,2$

6.1.7. Вывод формулы для систематической погрешности косвенного измерения деформации шаров:

$$x=\frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)$$

$$\theta_x=|x_\tau'|*\theta_\tau+|x_l'|*\theta_l+|x_\alpha'|*\theta_\alpha$$

Найдем производную x по следующим величинам:

По погрешности измерения τ:

$$x'=\frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)=\frac{(\frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2))*1}{\tau}=\frac{-x}{\tau}$$

По погрешности измерения длины l:

$$x'=\frac{-\tau}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}*\sin(\alpha/2)=¿$$

По погрешности измерения угла α:

$$x'=\frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\cos(\alpha_1/2)=\frac{(\frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\sin(\alpha/2))}{-2\,tg(\alpha/2)}=\frac{-0,5x}{tg(\alpha/2)}$$

Получаем формулу:

$$\theta_x=\left|\frac{-x}{\tau}\right|*\theta_\tau+\left|\frac{-x}{2l}\right|*\theta_l+\left|\frac{-0,5x}{tg(\alpha/2)}\right|*\theta_\alpha=x(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2\,tg(\alpha/2)}),$$

то есть $\theta_x=x(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2\,tg(\alpha/2)})$

Вычисления по выведенной формуле:

$$\theta_x=x(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2\,tg(\alpha/2)})=13*10^{-6}(\frac{5*10^{-6}}{111,5*10^{-6}}+\frac{0,005}{2*0,49}+\frac{0,5*3,14}{180*0,144})=¿$$

$$\approx 2*10^{-6}(\text{м})$$

Систематическая погрешность косвенного измерения деформации шаров: $\theta_x=2*10^{-6}$

(м)

6.1.8. Вывод формулы для систематической погрешности косвенного измерения максимальной силы удара:

$$F=\frac{2*\pi\mu}{\tau}\sqrt{gl}\sin(\alpha_1/2)$$

$$\theta_F=|F_\tau'|*\theta_\tau+|F_l'|*\theta_l+|F_\alpha'|*\theta_\alpha$$

По погрешности измерения τ:

$$F_\tau'=\frac{-\pi m}{\tau^2}*\sqrt{gl}*\sin(\alpha/2)=\frac{-(\frac{\pi m}{\tau^{\square}}*\sqrt{gl}*\sin(\alpha/2))*1}{\tau}=\frac{-F}{\tau}$$

По погрешности измерения длины l:

$$F_l'=\frac{-\pi m}{2\tau^{\square}}*\sqrt{\frac{g}{l}}*\sin(\alpha/2)=\frac{-(\frac{\pi m}{\tau^{\square}}*\sqrt{gl}*\sin(\alpha/2))*1}{2l}=\frac{-F}{2l}$$

По погрешности измерения угла α:

$$F_\alpha'=\frac{\pi m}{2\tau^{\square}}*\sqrt{gl}*\cos(\alpha/2)=\frac{-\frac{\pi m}{\tau^{\square}}*\sqrt{gl}*\sin(\alpha/2)}{2*tg(\alpha/2)}=\frac{-0,5F}{tg(\alpha/2)}$$

Получаем формулу:

$$\theta_F=\frac{|-F_{\square}|*\theta_\tau}{\tau}+\frac{|-F_{\square}|*\theta_l}{2l}+\frac{|-F|*\theta_\alpha}{2tg(\alpha/2)}=F(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2tg(\alpha/2)}),$$

то есть $\theta_F=F(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2tg(\alpha/2)})$

Вычисления по выведенной формуле:

$$\theta_F=F(\frac{\theta_\tau}{\tau}+\frac{\theta_l}{2l}+\frac{\theta_\alpha}{2tg(\alpha/2)})=¿571*(\frac{5*10^{-6}}{111,5*10^{-6}}+\frac{0,005}{2*0,49}+\frac{0,5*3,14}{180*0,144}¿\approx 63(H)$$

В качестве систематической погрешности итогового результата берем значение при максимальном значении F: $\theta_F=¿63$ *(H)*

6.2. СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ:

6.2.1. Средняя квадратичная погрешность отдельного измерения:

6.2.1.1. $S_{\delta p}=\sqrt{\frac{(P_1-P_{cp})^2+(P_2-P_{cp})^2+\ldots+(P_N-P_{cp})^2}{N-1}}$ (здесь под P_iимеется δ_{P_i}и под P_{cp} аналогично)

Вычисление по формуле:

$$S_{\delta p}=\sqrt{\frac{(P_1-P_{cp})^2+(P_2-P_{cp})^2+\ldots+(P_N-P_{cp})^2}{N-1}}=\sqrt{\frac{(0,03-0,03)^2+(0,04-0,03)^2+\ldots+(0,6-0,03)^2}{10-1}}=¿$$

$$¿\sqrt{\frac{0^2+0,01^2+0,02^2+0,04^2+0,02^2+0,02^2+0,01^2+0,02^2+0,02^2+0,03^2}{9}}=\sqrt{\frac{0,0047}{9}}\approx 0,03$$

6.2.1.2. $S_{\delta E}=\sqrt{\frac{(E_1-E_{cp})^2+(E_2-E_{cp})^2+\ldots+(E_N-E_{cp})^2}{N-1}}$ (здесь под P_iимеется δ_{P_i}и под P_{cp} аналогично)

Вычисление по формуле:

$$S_{\delta E}=\sqrt{\frac{(E_1-E_{cp})^2+(E_2-E_{cp})^2+\ldots+(E_N-E_{cp})^2}{10-1}}=\sqrt{\frac{(0,2-0,2)^2+(0,2-0,2)^2+(0,2-0,2)^2+\ldots+(0,2-0,2)^2}{9}}$$

$$¿\sqrt{\frac{0,03}{9}}\approx 0,06$$

6.2.1.3. $S_x=\sqrt{\frac{(x_1-x_{cp})^2+(x_2-x_{cp})^2+\ldots+(x_N-x_{cp})^2}{N-1}}$

Вычисление по формуле:

$$S_x=\sqrt{\frac{(x_1-x_{cp})^2+(x_2-x_{cp})^2+\ldots+(x_N-x_{cp})^2}{10-1}}=\sqrt{\frac{(13-12)^2+(12-12)^2+\ldots+(11-12)^2}{9}}=¿$$

$$¿\sqrt{\frac{7}{9}}\approx 0,9(\text{мкм})$$

6.2.1.4. $S_F=\sqrt{\frac{(F_1-F_{cp})^2+(F_2-F_{cp})^2+\ldots+(F_N-F_{cp})^2}{N-1}}$, $F_{cp}=535(H)$

Вычисление по формуле:

$$S_F=\sqrt{\frac{(F_1-F_{cp})^2+(F_2-F_{cp})^2+\ldots+(F_N-F_{cp})^2}{N-1}}=\sqrt{\frac{(464-535)^2+(525-535)^2+\ldots+(571-535)^2}{10-1}}$$

$$¿\sqrt{\frac{10351}{9}}\approx 34(\text{Н})$$

6.2.2. Среднее квадратичное отклонение

6.2.2.1. $S_{\delta P_{Cp}}=\sqrt{\frac{(P_1-P_{cp})^2+(P_2-P_{cp})^2+\ldots+(P_N-P_{cp})^2}{(N-1)N}}=\frac{S_{\delta P}}{\sqrt{N}}$(здесь под P_iимеется δ_{P_i}и под P_{cp}аналогично)

$$S_{\delta P_{Cp}}=\frac{S_{\delta P}}{\sqrt{N}}=\frac{0,03}{\sqrt{10}}\approx 0,01$$

6.2.2.2. $S_{\delta Ecp}=\sqrt{\frac{(E_1-E_{cp})^2+(E_2-E_{cp})^2+\ldots+(E_N-E_{cp})^2}{(N-1)N}}=\frac{S_{\delta P}}{\sqrt{N}}$ (здесь под E_iимеется δ_{P_i}и под E_{cp}аналогично)

$$S_{\delta Ecp}=\frac{S_{\delta E}}{\sqrt{N}}=\frac{0,06}{\sqrt{10}}\approx 0,02$$

6.2.2.3. $S_{xcp}=\sqrt{\frac{(x_1-x_{cp})^2+(x_2-x_{cp})^2+\ldots+(x_N-x_{cp})^2}{(N-1)N}}=\frac{S_x}{\sqrt{N}}$

$$S_{xcp}=\frac{S_x}{\sqrt{N}}=\frac{0,9}{\sqrt{10}}\approx 0,3(\text{мкм})$$

6.2.2.4. $S_{Fcp}=\sqrt{\frac{(F_1-F_{cp})^2+(F_2-F_{cp})^2+\ldots+(F_N-F_{cp})^2}{(N-1)N}}=\frac{S_F}{\sqrt{N}}$

$S_{Fcp}=\frac{S_F}{\sqrt{N}}=\frac{34}{\sqrt{10}}\approx 11$(Н)

В данной работе проводится измерение не случайных по своей природе физических величин: коэффициента потери импульса – δ_P,коэффициента потери энергии - δ_E, максимальной деформации шаров - x и максимальной силы удара - F, поэтому, проверяем неравенства:

Таблица 6.2.2

Для коэффициента потери импульса	Для коэффициента потери энергии	Для максимальной деформации шаров	Для максимальной силы удара
0,05 < 0,20, т.е.$S_{\delta p}<\theta_{\delta p}$ 0,01 <<0,20, т.е.$S_{\delta Pcp}<<\theta_{\delta p}$.	0,06 <0,20, т.е.$S_{\delta E}<\theta_{\delta E}$ 0,02 <<0,20, т.е.$S_{\delta Ecp}<<\theta_{\delta E}$.	1 мкм < 2 мкм, т.е.$S_x<\theta_x$ 0,3 мкм <<2,0 мкм, т.е.$S_{xcp}<<\theta_x$.	34 Н < 63 Н, т.е.$S_F<\theta_F$ 11 Н << 63 Н, т.е.$S_{Fcp}<<\theta_F$

Получившиеся верные неравенства говорят о том, что в измерениях нет грубых ошибок и промахов.

6.3. Полная погрешность.
В случае, когда измеряются неслучайные по своей природе физические величины – ❑❑ максимальная сила удара F и максимальная деформация шаров x, их случайные погрешности не превосходят систематическую, то есть $S_{xcp}\ll\theta_x$ и $S_{Fcp}<<\theta_F$. Она уже учтена в систематической погрешности, и объединять их в полную не нужно. Полная погрешность равна систематической:

$\Delta_x=\theta_x=2*10^{-6}(м)$;

$\Delta_F=\theta_F=643(Н)$.

В случае, когда измеряются случайные по своей природе физические величины - коэффициенты потери импульса и энергии. Тогда полная погрешность равна:

$\Delta_{\delta P}=\theta_P+k\,S_{Pcp}$,

$\Delta_{\delta E}=\theta_E+k\,S_{Ecp}$,

где k=2,3, так как было проведено 10 серий измерений.

$\Delta_{\delta P}=\theta_P+k\,S_{xcp}=$¿0,2+2,3*0,03 = 0,269

$\Delta_{\delta E}=\theta_E+k\,S_{Ecp}=0,2+2,3*0,03=0,269$

7. ГРАФИКИ И РИСУНКИ

----

8. ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ИХ ОБСУЖДЕНИЕ, ВЫВОДЫ

8.1 В результате выполнения данной лабораторной работы получены следующие результаты:

$$P=0{,}04\pm0{,}20\left(\frac{кг*м}{с}\right),$$

$$P'=0{,}03\pm0{,}20\left(\frac{кг*м}{с}\right),$$

$$E=0{,}006\pm0{,}20\,(Дж),$$

$$E' = 0{,}004 \pm 0{,}20\,(Дж)$$

Сравним экспериментально определенные значения (модуль их разности): энергии и импульса системы до и после столкновения шаров с погрешностью:

$$|P - P'| = |0{,}04 - 0{,}03| = 0{,}01\left(\frac{кг*м}{с}\right),$$

$$\theta_{\delta P} = ¿\ 0{,}20$$

$$0{,}01 \leqslant 0{,}20$$

$$|E - E'| = |0{,}006 - 0{,}005| = 0{,}001\left(\frac{кг*м}{с}\right)$$

$$\theta_{\delta E} = 0{,}20$$

$$0{,}002 \leqslant 0{,}20$$

Разность меньше погрешности, то есть неравенство выполняется, поэтому эксперимент проведен правильно. Но их разность не равна нулю. Это связано с:

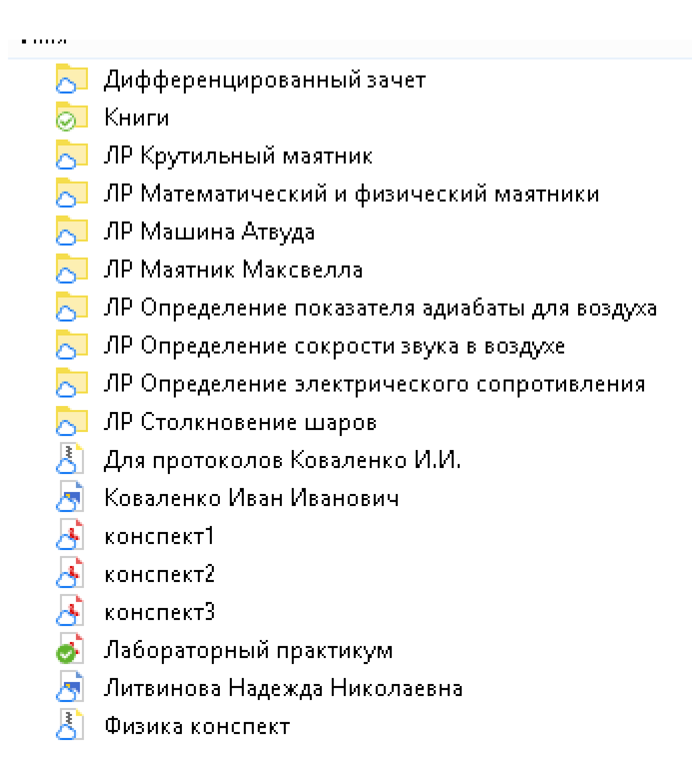
1) часть механической энергии перешло во внутреннюю
2) из-за потери энергии произошла потеря импульса

Но так как их разность находится в пределах погрешности, то выполняются законы сохранения импульса и энергии.

8.2. В ходе работы были также получены максимальные значения деформации шаров и силы удара:

$$F_{max} = (540 \pm 70)\,Н,$$

$$x_{max} = (13 \pm 2) * 10^{-6}\,м.$$



СКАЧАТЬ https://yadi.sk/d/RqO8HPxTfh0z_w
СКАЧАТЬ https://archive.org/details/@guap4736_vkclub152685050



Лабораторная работа № 8

СТОЛКНОВЕНИЕ ШАРОВ

Цель работы: проверка законов сохранения импульса и энергии; определение деформации шаров и силы удара.

Теоретические сведения

Столкновением называется кратковременное взаимодействие тел, локализованное в малой области пространства. Во время столкновения тела деформируются, при этом часть кинетической энергии превращается в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел. Выделяют два предельных случая: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. Кинетическая энергия полностью или частично превращается в потенциальную энергию упруго деформированных тел, которая после столкновения снова переходит в кинетическую энергию системы.

При абсолютно неупругом ударе потенциальной энергии упругой деформации не возникает, кинетическая энергия сталкивающихся тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию системы. Выполняются законы сохранения импульса и полной энергии. Механическая энергия при неупругом ударе не сохраняется.

Большинство реальных столкновений в механических системах можно отнести к промежуточному типу между абсолютно упругими и абсолютно неупругими. В них, как правило, сохраняется импульс и не сохраняется механическая энергия. *Импульс системы сталкивающихся тел не сохраняется в тех столкновениях, в которых на движение тел после взаимодействия накладываются какие-то ограничения.*

Рассмотрим взаимодействие двух металлических шаров с массами m_1 и m_2, повешенных на нитях длиной ℓ. Будем считать, что удар является центральным, т. е. центры шаров лежат на линии, вдоль которой происходит взаимодействие. В исходном положении шары касаются друг друга. Если правый шар отклонить на угол α_1 и отпустить, то к моменту его столкновения с неподвижным левым шаром он разовьет скорость $\upsilon_1 = \sqrt{2gh}$, где h – начальная высота правого шара.

Поскольку $h = \ell - \ell\cos\alpha_1 = 2\ell\sin^2(\alpha_1/2)$ окончательно получаем

$$\upsilon_1 = 2\sqrt{g\ell}\sin(\alpha_1/2). \qquad (8.1)$$

Таким образом, можно найти импульс и энергию системы до удара:

$$P = m_1\upsilon_1 = 2m_1\sqrt{g\ell}\sin(\alpha_1/2), \qquad (8.2)$$

$$E = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = 2m_1 g\ell\sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.3)$$

Скорости обоих шаров υ_1' и υ_2' после столкновения можно найти по формулам, аналогичным (8.1):

$$\upsilon_1' = 2\sqrt{g\ell}\sin(\alpha_1'/2); \qquad \upsilon_2' = 2\sqrt{g\ell}\sin(\alpha_2'/2); \qquad (8.4)$$

где α_1' и α_2' – углы максимальных отклонений шаров после удара.

Импульс системы после удара складывается из импульса каждого шара:

$$\vec{P}' = m\vec{\upsilon}_2' + m\vec{\upsilon}_1'.$$

Учитывая противоположные направления скоростей $\vec{\upsilon}_1'$ и $\vec{\upsilon}_2'$, имеем

$$P' = m_2\upsilon_2' - m_1\upsilon_1'. \qquad (8.5)$$

Энергия системы после удара складывается из энергии каждого шара:

$$E' = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2}. \qquad (8.6)$$

Подставим (8.4) в эти формулы и запишем окончательные выражения:

$$P' = 2\sqrt{g\ell}\left\{m_2\sin(\alpha_2'/2) - m_1\sin(\alpha_1'/2)\right\}; \qquad (8.5\text{a})$$

$$E' = 2g\ell\left\{m_2\sin^2(\alpha_2'/2) + m_1\sin^2(\alpha_1'/2)\right\}. \qquad (8.6\text{a})$$

Найдем относительную потерю импульса и энергии при столкновении:

$$\delta_P = \frac{P - P'}{P} = 1 - \frac{P'}{P}; \qquad (8.7)$$

$$\delta_E = \frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{E'}{E}. \qquad (8.8)$$

При малых углах отклонения шаров, когда $\sin\alpha = \alpha$, $\sin\alpha_1 = \alpha_1$, $\sin\alpha_2 = \alpha_2$, эти формулы преобразуются к виду:

$$\delta_P = 1 - \frac{m_2\alpha_2' - m_1\alpha_1'}{m_1\alpha_1}; \qquad (8.7а)$$

$$\delta_E = 1 - \frac{m_2{\alpha_2'}^2 + m_1{\alpha_1'}^2}{m_1{\alpha_1}^2}. \qquad (8.8а)$$

При равных массах шаров формулы становятся еще проще

$$\delta_P = 1 - \frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\alpha_1}; \qquad (8.7б)$$

$$\delta_E = 1 - \frac{{\alpha_2'}^2 + {\alpha_1'}^2}{{\alpha_1}^2}. \qquad (8.8б)$$

Если считать рассматриваемое столкновение упругим, т.е. подчиняющимся закону Гука, то время такого столкновения должно быть равно половине периода гармонических колебаний:

$$\tau = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}, \qquad (8.9)$$

где μ – приведенная масса, а k – приведенная жесткость шаров

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \quad k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}; \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}. \qquad (8.10)$$

Приведенная жесткость численно равна силе, под действием которой расстояние между шарами уменьшается на единицу длины. Ее можно найти, зная массы шаров и время их контакта при ударе:

$$k = \mu\pi^2 / \tau^2. \qquad (8.11)$$

Хотя мы договорились считать удар упругим, это не значит, что вся кинетическая энергия первого шара переходит при взаимодействии в потенциальную. Для нахождения доли кинетической энергии, которая в потенциальную не превращается, рассмотрим

столкновение в системе центра масс шаров. Если первый шар движется до удара со скоростью υ, а второй покоится, то их центр масс движется со скоростью

$$\upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}, \tag{8.12}$$

которая по закону сохранения импульса остается постоянной и до, и во время, и после столкновения. Кинетическую энергию системы перед ударом можно представить суммой трех слагаемых: кинетических энергий каждого из шаров относительно выбранной системы отсчета и произведения полу-суммы их масс на квадрат скорости их центра масс:

$$E = E_1 + E_2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_c^2 \tag{8.13}$$

В потенциальную энергию упругой деформации превратятся лишь два первых слагаемых, поскольку скорость υ_C при взаимодействии остается неизменной, и третье слагаемое является кинетической энергии системы двух шаров в момент их максимальной деформации;

$$E_1 + E_2 = E_\Pi \quad . \tag{8.14}$$

Модули скоростей каждого из шаров относительно их центра масс найдем по следующим формулам:

$$\upsilon_1 = \upsilon - \upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}; \qquad \upsilon_2 = \upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}. \tag{8.15}$$

Здесь υ скорость сближения шаров или скорость первого шара до удара в лабораторной системе отсчета. Подставим эти скорости в (8.14):

$$\frac{m_1 m_2^2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2} + \frac{m_2 m_1^2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2} = E_\Pi; \quad \Rightarrow$$
$$\frac{m_1 m_2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{1}{2}kx^2; \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\mu\upsilon^2 = \frac{1}{2}kx^2; \quad \Rightarrow \quad x = \upsilon\sqrt{\mu/k}. \tag{8.16}$$

Под величиной x здесь следует понимать уменьшение расстояния между центрами шаров. Смысл этой величины ясен из рис. 8.1. Сравнивая формулу (8.16) с (8.8) и принимая во внима-

ние (8.1), получаем окончательно для деформации шаров во время удара:

$$x = \frac{\upsilon\tau}{\pi} = \frac{2\tau}{\pi}\sqrt{g\ell}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.17)$$

Максимальную силу удара можно найти из закона Гука и выражения для приведенной жесткости (8.11):

$$F = kx = \frac{2\pi\mu}{\tau}\sqrt{g\ell}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.18)$$

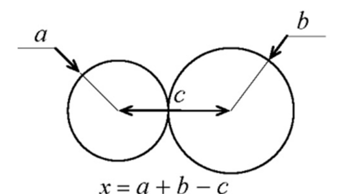


Рис. 8.1. Деформация шаров

Лабораторная установка

Внешний вид лабораторной установки приведен на рис. 8.2. На верхнем кронштейне прикреплен вороток 1 и приспособление 2, при помощи которых устанавливают расстояние между шарами в положении равновесия и длину подвески. На нижнем кронштейне закреплены угловые шкалы 3 и электромагнит 4, который можно закреплять в различных положениях меняя тем самым начальное положение шара. Силу электромагнита можно регулировать воротком 5. Угловые шкалы могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. Время столкновения измеряется микросекундомером, показания которого выводятся на лицевой панели 6.

Нажатие кнопки “Сеть” подает питающее напряжение на установку. Кнопка “Сброс” служит для обнуления показаний измерителя времени. При нажатии на нее одновременно подается напряжение на электромагнит, и он удерживает шар в начальном положении. Отпускается шар нажатием кнопки “Пуск”.

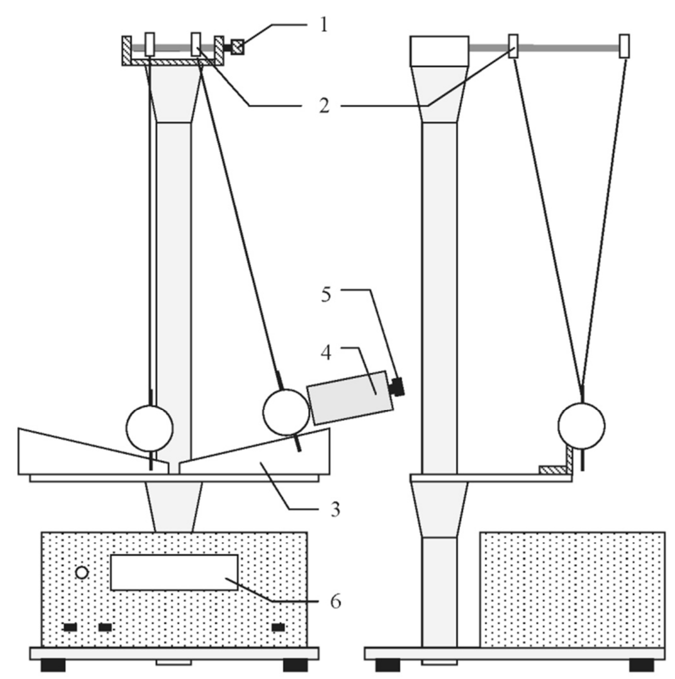


Рис. 8.2. Внешний вид лабораторной установки

Задания и порядок их выполнения

До начала измерений необходимо ознакомиться с установкой и настроить ее:

шары в нижнем положении должны слегка касаться друг друга. При этом указатели должны показывать нули на шкалах;

электромагнит устанавливается на такой высоте, чтобы его ось была продолжением черты на шаре. Силу электромагнита следует отрегулировать так, чтобы он удерживал шар;

особое внимание нужно уделить тому, чтобы удар получился центральным. Для этого положение шаров нужно регулировать как по вертикали, так и по горизонтали.

Описанные действия нужно выполнить на данной установке очень тщательно. Невыполнение их приводит к неконтролируемым потерям энергии и импульса.

Задание 1. Проверить выполнение законов сохранения импульса и энергии.

Задание 2. Найти деформацию шаров.

Задание 3. Найти максимальную силу удара.

До столкновения нужно установить угол α_1. После столкновения нужно измерить α_1' и α_2' – углы максимального отклонения шаров. *Учесть, что угол* α_1' *положителен, если шар отклоняется направо, и отрицателен – если налево.* Оба эти угла нужно измерять после первого касания шаров. Сделать это сложно. Проще и точнее измерения углов α_1' и α_2' проводить следующим способом:

измерить угол α_1 и отпустить правый шар;

после удара измерить отклонение левого шара α_2';

установить правый шар на тот же угол α_1 и вновь отпустить его;

после удара поймать рукой левый шар и заметить, в какую сторону двинется правый;

правый будет совершать колебания, измерить их амплитуду и, учитывая знак, записать угол отклонения α_1'.

Длительность контакта измеряется микросекундомером. Величины m_1 и m_2, фигурирующие в формулах, включают в себя массы шаров и массы подвесок, которые указаны на установке. Длину подвески нужно измерять линейкой от оси до середины шара.

Относительные потери импульса и энергии при ударе рассчитать по формулам (8.7а), (8.8а) или (8.7б), (8.8б). Сделать заключение, каким является взаимодействие: упругим или нет. Если при ударе не сохранился импульс, то высказать предположение, с чем это связано. В любую из этих четырех формул углы отклонения можно подставлять в градусах.

Для получения надежных данных каждое прямое измерение повторить не менее 10 раз. Из числа измерений нужно исключить явные ошибки – промахи. При расчетах пользоваться средними значениями.

Деформацию шаров найти по формуле (8.17), а максимальную силу удара по формуле (8.18).

При вычислениях принять следующие значения систематических погрешностей прямых измерений:

погрешность измерения длины – $\theta_l = 5$ мм,

погрешность измерения времени – $\theta_t = 5$ мкс,

погрешность измерения угла α_1 – цена деления,

погрешность измерения углов α_1' и α_2' – две цены деления.

Для значений всех найденных величин – коэффициентов потери импульса и энергии, для максимальной деформации шаров и для максимальной силы удара нужно найти систематические погрешности.

Кроме систематических погрешностей нужно вычислить также случайные и полные погрешности.

Контрольные вопросы

1. Какой удар называют абсолютно упругим и какой – абсолютно неупругим?
2. Как найти центр масс системы материальных точек?
3. Как найти скорость центра масс системы материальных точек?
4. Почему при абсолютно упругом ударе не вся кинетическая энергия превращается в потенциальную?
5. Чему равна кинетическая энергия системы во время и после неупругого удара?
6. Какие значения величин δ_P и δ_E должны получиться для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов?
7. В каких взаимодействиях не сохраняется импульс?
8. Какие случайные неконтролируемые факторы присутствуют в эксперименте?